

# PROGRESII

## Progresii aritmetice

## Progresii geometrice

Definiția	
$(a_n)_{n \geq 1}$ progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n = a_{n-1} + r$ CP: $a_2 = a_1 + r$ ; $a_3 = a_2 + r$ ; $a_4 = a_3 + r \dots$	$(b_n)_{n \geq 1}$ progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n = b_{n-1} \cdot q$ CP: $b_2 = b_1 \cdot q$ ; $b_3 = b_2 \cdot q$ ; $b_4 = b_3 \cdot q \dots$

1. Determinați primii șase termeni ai unei progresii aritmetice știind că primul termen este -5 iar rația este  $\frac{1}{3}$ .
2. Determinați primii șase termeni ai unei progresii aritmetice știind că primul termen este  $\frac{1}{3}$  iar rația este  $-\frac{5}{3}$ .

3. Determinați primii șase termeni ai unei progresii geometrice știind că primul termen este 243 iar rația este  $\frac{1}{3}$ .
4. Determinați primii șase termeni ai unei progresii geometrice știind că primul termen este 32 iar rația este  $-\frac{1}{2}$ .

Rația	
<b>Rația</b> este diferența a 2 termeni consecutivi $r = a_n - a_{n-1}$ CP: $r = a_2 - a_1$ ; $r = a_3 - a_2$ ; $r = a_4 - a_3 \dots$	<b>Rația</b> este raportul a 2 termeni consecutivi $q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$ CP: $q = \frac{b_2}{b_1}$ ; $q = \frac{b_3}{b_2}$ ; $q = \frac{b_4}{b_3}$ ; ...

5. Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie aritmetică: a, 9, 13, b, c, ...
6. Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie aritmetică: 7, a, 3, b, c, -3, -5, ...

7. Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie geometrică: a, 4, 16, b, c, 1024,
8. Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie geometrică: 2, 1, a,  $\frac{1}{4}$ , b,  $\frac{1}{16}$ , c, ...

Formula termenului general	
$a_n = a_1 + (n - 1)r$ CP: $a_2 = a_1 + r$ ; $a_3 = a_1 + 2r$ ; $a_4 = a_1 + 3r \dots$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ CP: $b_2 = b_1 \cdot q$ ; $b_3 = b_1 \cdot q^2$ ; $b_4 = b_1 \cdot q^3 \dots$

Relație de recurență	
$a_n = a_k + (n - k)r$	$b_n = b_k \cdot q^{n-k}$

9. Să se calculeze primul termen și rația progresiei aritmetice știind că al patrulea termen este 8 iar al doisprezecelea este 20.
10. Să se calculeze primul termen și rația progresiei aritmetice știind că al patrulea termen este 1 iar al zecelea este -17.

11. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_3 = 12$  și  $b_5 = 48$ . Să se calculeze  $b_1$  și  $q$ .
12. Progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  de rație  $q$  este definită prin  $b_2 = 8$  și  $b_4 = 128$ . Calculați  $b_1$  și  $q$ .

Proprietati	
<b>Media aritmetică</b>	<b>Media geometrică</b>
$(a_n)_{n \geq 1}$ progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ CP : a, b, c termeni consec. p.a. $\Leftrightarrow b = \frac{a + c}{2}$	$(b_n)_{n \geq 1}$ prog. geometrică $\Leftrightarrow b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$ CP : a, b, c termeni consec. p.g. $\Leftrightarrow b = \sqrt{a \cdot c}$

**13.** Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie aritmetică: 8, a, 20, b, c, ...

**14.** Să se determine valoarea parametrului real a, știind că numerele  $3a - 3$ ,  $a + 4$  și 5 sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice

**15.** Determinați valorile parametrilor reali **a**, **b** și **c** și rația, știind că următorul șir este o progresie geometrică: a, 3, b, 27, c, ...

**16.** Să se determine valorile reale ale numărului  $x$  știind că numerele  $x - 3$ ; 4 și  $x + 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

Suma termenilor extremi
$a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ p. a. $\Leftrightarrow a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$ CP : a, b, c, d termeni consec. p.a. $\Leftrightarrow$ $a + d = b + c$
Suma primilor n termeni
$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ Notății: $a_1$ = primul termen al sumei $a_n$ = ultimul termen al sumei $n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1 =$ numărul de termeni ai sumei CP : $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (suma lui Gauss)

**17.** Să se calculeze suma primilor zece termeni ai progresiei aritmetice știind că al primul termen este 2 iar al optulea este 51

**18.** Să se calculeze:  $5 + 8 + 11 + \dots + 155$

Produsul termenilor extremi
$b_1, b_2, \dots, b_{n-1}, b_n$ p. g. $\Leftrightarrow b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = \dots$ CP : a, b, c, d termeni consec. p.g. $\Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$
$S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ $= b_1 + b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^2 + \dots + b_1 \cdot q^{n-1}$ $= b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1})$ $= b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ Notății: $b_1$ = primul termen al sumei $q$ = rația progresiei geometrice $n$ = numărul de termeni ai sumei

**19.** Să se calculeze suma primilor zece termeni ai unei progresii geometrice știind că primul termen este 2 iar rația este 3

**20.** Să se calculeze suma  $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}$

## EXERCITII PROPUSE

1. Să se determine al patrulea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu  $\frac{1}{3}$  și primul termen este 27.
2. Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, știind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este 4.
3. Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice, știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.
4. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ...
5. Să se determine rația progresiei aritmetice în care primul termen este 10 și al patrulea termen este 19.
6. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 6$  și  $a_2 = 5$ . Să se calculeze  $a_7$ .
7. Să se determine al cincizecilea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ...
8. Să se determine rația unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$  știind că  $a_{10} - a_2 = 16$ .
9. Să se determine primul termen al unei progresii aritmetice cu rația 4, știind că suma primilor doi termeni este 10.
10. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 1$  și  $a_5 = 13$ . Să se calculeze  $a_{2009}$ .
11. Să se determine numărul elementelor mulțimii  $A = \{1, 4, 7, \dots, 40\}$ .
13. Să se determine rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 3$  și  $b_2 - b_1 = 3$
14. Să se determine numărul real  $x$  știind că numerele  $x + 1$ ,  $2x - 3$  și  $x - 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
15. Să se det. numărul real  $x$ , știind că șirul 1,  $x$ ,  $x + 2$ , 7, ... este progresie aritmetică.
16. Să se calculeze suma  $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 111$ .
17. Să se calculeze suma  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4}$
18. Se csd. progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 6$ . Să se calculeze  $b_5$
19. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 7$  și  $a_7 = 37$ . Să se calculeze suma primilor zece termeni ai progresiei.
20. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice, știind că  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 3$ .
21. Să se determine suma elementelor mulțimii  $A = \{1, 3, 5, \dots, 13\}$ .
22. Într-o progresie geometrică, al doilea termen este 3 și raportul dintre primul și al patrulea termen este  $\frac{1}{8}$ . Să se determine primul termen al progresiei.
23. Să se calculeze produsul primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, care are primul termen  $\sqrt{2}$  și rația egală cu  $-\sqrt{2}$ .
24. Progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  de rație  $q$  este definită prin:  $b_1 = -0,5$  și  $b_8 = 2^6$ . Calculați  $q$  și  $S_{10}$
25. Să se det. valorile reale ale numărului  $x$  știind că numerele  $5 - x$ ;  $x + 7$  și  $3x + 11$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
26. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 3$ . Să se arate că numerele  $f(1)$ ,  $f(0)$  și  $f(-3)$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
27. Să se determine valoarea parametrului real, pozitiv  $b$ , știind că numerele  $b$ ,  $16$ ,  $16b$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
28. Să se calculeze suma  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$ .
29. Se csd. funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 5$ . Să se calculeze  $f(2) + f(2^2) + \dots + f(2^{10})$ .
30. Sa se rezolve ecuatia  $(x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + \dots + (x + 43) = 390$