

FIȘĂ DE LUCRU

SUBIECTUL I

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , pentru care $\frac{10}{3+i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $(f(1))^{2016} + (f(0))^{2016}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $6^{x^2-3x+5} = 216$.
- 5p** 4. Calculați în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 5 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziție un antrenor.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,0)$ și $B(2m+1,0)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul $C(10,0)$ este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$. Calculați $\cos C$.

SUBIECTUL al II-lea

- 5p** 1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det A$.
- 5p** b) Arătați că $(A - I_3)(A - I_3)(A - I_3) = O_3$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, unde $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - x - y + 2$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $0 * 1 * 2 * 3$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a , știind că $a * a * 2016 = 2016$.

SUBIECTUL al III-lea

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{2017}{2016} \leq f(x) \leq 2$, pentru orice $x \in [1, 2016]$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

5p a) Calculați $\int_0^2 (f(x) + 3x^2 - 2) dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 3x^2 + x) e^x dx = 2e - 1$.

5p c) Demonstrați că $\int_{1-a}^{1+a} f(x) dx = 0$, pentru orice număr real a .