

FIȘĂ DE LUCRU

SUBIECTUL I

- 5p** 1. Arătați că $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2 = 20$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^x = 4^{2x+1}$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 250 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$, $B(1,1)$ și $C(5,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Arătați că $\sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \cos 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(3)) = 3$.
- 5p** b) Arătați că $A(2017+x) + A(2017-x) = 2A(2017)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(2) + mA(1)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy + 6x + 6y + 15$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = 2(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Arătați că $7 * 98 = 2017$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x , pentru care $x * (x+2) = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-2}$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 0$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(2, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$ și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x$.
- 5p** a) Calculați $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$.
- 5p** b) Arătați că F este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Arătați că $\int_1^e f(x) F(x) dx = \frac{e^2}{2}$.