

**Fișă de lucru**  
**Progresii**  
**Exerciții rezolvate**

- Completați șirurile de mai jos cu următorii 3 termeni  
a) 2, 8, 14, 20, ...      b) 1, -3, 9, -27, ...
- În șirul numerelor impare 1, 3, 5, 7, ..., 399, să se afle al câtelea loc este ocupat de numărul 399.
- Să se afle primii doi termeni ai progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  dată astfel:  $b_1, b_2, 24, 36, 54, \dots$ .
- Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$ , cu  $a_1 = 3$  și  $r = -2$ . Determinați  $a_7$  și  $S_{10}$ .
- Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$ , cu  $b_1 = 2$  și  $q = -2$ . Determinați  $b_7$  și  $S_6$ .
- Să se găsească primul termen și rația unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , dacă  $b_2 - b_1 = -3$  și  $b_3 - b_1 = 9$ .
- Să se găsească primul termen și rația unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , dacă  $a_2 - a_6 + a_4 = -7$  și  $a_8 - a_7 = 2a_4$ .
- Determinați, în fiecare caz, numerele reale  $x$  și  $y$ , pentru care numerele date formează, în ordinea considerată, o progresie aritmetică:  
a)  $x + 1, 2x - 3, x - 3$ .    b)  $x^2 + 2x - 1, 5x - 7, 3x - 7$ .    c)  $x - 1, 2x - 1, y + 2, 2x + y$ .
- Să se afle măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că ele sunt în progresie aritmetică și că al doilea este de două ori mai mare decât primul.

**Rezolvare:**

- a)** Se observă că șirul dat reprezintă o progresie aritmetică cu primul termen  $a_1 = 2$  și rația  $r = 6$ . Următorii 3 termeni sunt: 26, 32, 38.  
**b)** Se observă că șirul dat reprezintă o progresie geometrică cu primul termen  $b_1 = 1$  și rația  $q = -3$ . Următorii 3 termeni sunt: 81, -243, 729.
- Se observă că șirul dat reprezintă o progresie aritmetică.  
 $a_n = 399; a_1 + (n-1)r = 399; 1 + (n-1) \cdot 2 = 399; 2n - 1 = 399; n = 200.$

$$3. q = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$b_3 = b_2 q = 24, b_2 = 16$$

$$b_1 q = 16, b_1 = \frac{32}{3}$$

$$4. a_7 = a_1 + 6r = -9$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10})10}{2} = -60, \text{ unde } a_{10} = a_1 + 9r = -15.$$

$$5. b_7 = b_1 q^6 = 2^7.$$

$$S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = -42$$

$$6. \begin{cases} b_2 - b_1 = -3 \\ b_3 - b_1 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 q - b_1 = -3 \\ b_1 q^2 - b_1 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(q - 1) = -3 \\ b_1(q^2 - 1) = 9 \end{cases}; b_1 = \frac{3}{5}; q = -4.$$

$$7. \begin{cases} a_2 - a_6 + a_4 = -7 \\ a_8 - a_7 = 2a_4 \\ a_1 = -5; r = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 - r = -7 \\ -2a_1 - 5r = 0 \end{cases}$$

$$8. c) \begin{cases} 2x - 1 = \frac{x-1+y+2}{2} \\ y + 2 = \frac{2x-1+2x+y}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - y = 3 \\ -4x + y = 5 \end{cases}$$

$$x = -8; y = -27.$$

9. Notăm  $x, x + r, x + 2r$  măsurile celor trei unghiuri.

$$\begin{cases} x + x + r + x + 2r = 180^\circ \\ x + r = 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x + r = 60^\circ \\ -x + r = 0 \end{cases}$$

Măsurile celor trei unghiuri sunt:  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ .

# Progresii

## Progresia aritmetică

$$(a_n)_{n \geq 1}$$

Rația

$$r = a_2 - a_1$$

Termenul general

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Suma primilor n termeni

$$S_n = \frac{2a_1 - (n-1)r}{2} n$$

Nr. a, b, c sunt termeni consecutivi  
ai unei progresii aritmetice dacă și  
numai dacă

.....

## Progresia geometrică

$$(b_n)_{n \geq 1}$$

Rația

$$q = \frac{b_2}{b_1}$$

Termenul general

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

Suma primilor n termeni

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$