

## FIȘĂ DE LUCRU

### Coordonatele unui punct în plan. Calcule de distanțe și arii. Ecuațiile drepte. Reprezentarea analitică a vectorilor în plan

**Teorie.** Fie  $\vec{a}$  și  $\vec{b}$  doi vectori necoliniari. Oricare ar fi vectorul  $\vec{v}$ , există  $\alpha, \beta \in R$  (unice) astfel încât  $\vec{v} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b}$ .

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} - \text{modulul vectorului } \vec{AB}$$

$$\vec{AB} (x_B - x_A, y_B - y_A) - \text{coordonatele vectorului } \vec{AB}$$

$$\text{Mijlocul segmentului AB: } x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\text{Centrul de greutate al triunghiului ABC: } x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

**Teoremă:** Vectorii  $\vec{u}$  și  $\vec{v}$  sunt **coliniari**  $\Leftrightarrow \exists \lambda \in R$  a.i.  $\vec{v} = \lambda \cdot \vec{u}$ .

$$\text{Punctele A, B, C sunt coliniare} \Leftrightarrow \exists \lambda \in R \text{ a.i. } \vec{AB} = \lambda \vec{AC}$$

$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \exists \lambda \in R \text{ a.i. } \vec{AB} = \lambda \vec{CD}$$

$$\vec{u} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}, \vec{v} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = x_1 x_2 + y_1 y_2, |\vec{u}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\text{Dacă } \vec{u}, \vec{v} \neq \vec{0}, \text{ atunci } \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$$

ECUAȚIA DREPTEI OBLICE DETERMINATĂ DE DOUA PUNCTE: Fie A(x<sub>A</sub>, y<sub>A</sub>) și B(x<sub>B</sub>, y<sub>B</sub>),

$$\text{asfel încât } x_A \neq x_B \text{ și } y_A \neq y_B \quad AB: \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Leftrightarrow AB: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{CONDIȚIA DE COLINIARITATE A TREI PUNCTE: } A, B, C \text{ sunt coliniare} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{ARIA UNUI TRIUNGHI: } S_{ABC} = \frac{1}{2} |\Delta|, \text{ unde } \Delta = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & 1 \\ X_B & Y_B & 1 \\ X_C & Y_C & 1 \end{vmatrix}$$

## APLICAȚII

1. Fie punctele A(3,-1), B(-2,5) și C(2,1). Să se determine coordonatele vectorului  $2\vec{AB} + 3\vec{AC}$ .
2. Fie punctele A(3,-1) și B(-2, 3). Să se determine numerele  $a$  și  $b$  pentru care  $\vec{AB} = a \vec{i} + b \vec{j}$ .
3. Determine numărul real  $m$  pentru care vectorii  $\vec{v} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$  și  $\vec{w} = -\vec{i} + m\vec{j}$  sunt coliniari.

4. Fie vectorii  $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$  și  $\vec{u} = \vec{i} - 4\vec{j}$ . Să se determine coordonatele vectorului  $\vec{w} = 2\vec{v} - 6\vec{u}$
5. Să se determine coordonatele vectorului  $\vec{v} = \vec{OA} + \vec{OB}$ , știind că  $A(3,-7)$  și  $B(1, -2)$ .
6. Fie vectorii  $\vec{AB} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$  și  $\vec{BC} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ . Calculați modulul vectorului  $\vec{AC}$ .
7. Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care vectorii  $\vec{v} = (2a+2)\vec{i} + 3\vec{j}$  și  $\vec{w} = -\vec{i} + (b+1)\vec{j}$  sunt egali.
8. Fie punctele  $A(1,-1)$ ,  $B(3,5)$ . Determinați coordonatele punctului  $C$  pentru care  $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC}$ .
9. Fie punctele  $A(3,2)$ ,  $B(5,4)$  și  $C(0,-2)$ ,  $D(-2,0)$ . Arătați că  $AB = CD$ .
10. Fie punctele  $A(3,1)$ ,  $B(2,1)$  și  $C(a,b)$ . Determinați numerele reale  $a$  și  $b$  pentru care  $B$  este mijlocul lui  $AC$ .
11. Scrieți ecuația dreptei care conține punctele  $A(2,3)$  și  $B(-3, -2)$ .
12. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele de coordonate:  $A(1,-3)$ ,  $B(2,4)$ ,  $C(-3,3)$ ,  $D(-1,-17)$
- Determinați ecuația dreptei  $AB$ .
  - Calculați aria triunghiului  $ABC$ .
  - Demonstrați că punctele  $A$ ,  $B$  și  $D$  sunt coliniare.
13. Calculați aria patrulaterului  $ABCD$ , unde:  $A(-2,2)$ ,  $B(-3,-1)$ ,  $C(-2,-3)$ ,  $D(2,0)$ .
14. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1,-1)$ ,  $B(0,1)$ ,  $C(1,1)$  și  $D(2,3)$ .
- Să se demonstreze că dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt paralele.
  - Să se calculeze perimetrul patrulaterului  $ABCD$ .
15. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,-4)$ ,  $B(0,8)$ .
- Să se calculeze lungimea segmentului  $AM$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
  - Să se scrie ecuația dreptei  $AM$ .
16. În reperul  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,4)$  și  $B(7,2)$ . Să se calculeze vectorul  $\vec{AB}$ .