

• Metode de calcul ale integralelor definite

1. Metoda integrării prin părți .

Dacă $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sunt două funcții derivabile cu derivate continue, atunci

$$\int_a^b f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x) \cdot g(x) dx$$

Se dau		Se cer
$f(x)$	$\xrightarrow{\text{deri var e}}$	$f'(x) = [f(x)]'$
$g'(x)$	$\xrightarrow{\text{int egrare}}$	$g(x) = \int g'(x) dx$

Să se calculeze, folosind formula de integrare prin părți:

1. $\int_1^e x \ln x \, dx$

2. $\int_0^\pi x \cos x \, dx$

3. $\int_0^1 x e^x \, dx$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

5. $\int_1^e (3x^2 + 2x) \ln x \, dx$

6. $\int_0^\pi x^2 \cos x \, dx$

7. $\int_0^1 (x + 3) e^x \, dx$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x \, dx$

2. Metoda schimbării de variabilă (metoda substituției)

Fie două funcții $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continuă pe I și $u : [a, b] \rightarrow I$ derivabilă și cu derivata

continuă pe $[a, b]$. Atunci
$$\int_a^b f(u(x)) \cdot u'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t) dt$$

Notăm: $u(x) = t \Rightarrow u'(x) dx = dt$

Să se calculeze, folosind schimbarea de variabilă indicată:

1. $\int_0^{\pi} \sin x \cos x dx, \sin x = t$

2. $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx, \ln x = t$

3. $\int_0^1 e^{3x} dx, 3x = t$

4. $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+x-2} dx, x^2+x-2 = t$

5. $\int_0^{\pi} \cos x (\sin^2 x + 1) dx, \sin x = t$

6. $\int_e^{e^2} \frac{\ln^2 x}{x} dx, \ln x = t$

7. $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx, e^x = t$

8. $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx, x^2+x+1 = t$